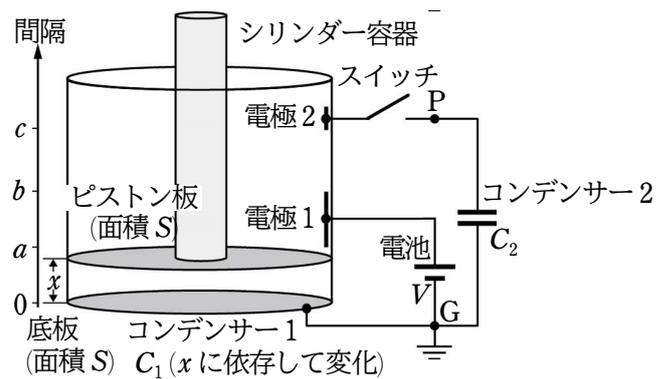


コンデンサーの電気容量の変化

[2018 東北大]

図のように、底板が面積 S の金属の円板、側面が絶縁体の円筒で作られたシリンダー容器に、なめらかに動く軽いピストンが取り付けられている。ピストン板も面積 S の金属の円板で作られており、ピストン板と底板が極板となってコンデンサー 1 を構成する。ピストン板と底板の平行を保ったまま、ピストン板と底板の間隔 x を変化させることができる。間隔 x の変化に伴い、コンデンサー 1 の電気容量 C_1 は変化する。



シリンダー容器の内面に電極 1 と電極 2 が取り付けられている。間隔 x が $a \leq x \leq b$ の範囲では電極 1 が、また、 $x = c$ のときには電極 2 が、ピストン板と接触する。ただし、 $0 < a < b < c$ であり、 a, b, c はピストン板や底板の直径に比べて十分に小さいものとする。また、電極 1, 2 の面積は S に比べて十分に小さく、電極によって生じる電気容量を無視することができる。

コンデンサー 1 は、電極 1 を介して起電力 V の電池と、また、電極 2 を介してスイッチおよび電気容量 C_2 のコンデンサー 2 と電気回路を構成する。点 G は接地されている。シリンダーは真空中に置かれており、ピストン板と底板の間も真空である。真空の誘電率を ϵ_0 として、次の問いに答えよ。

- (1) 図 1 のスイッチを開いた場合について考える。初めに、ピストン板と底板を接触させてコンデンサー 1 に電荷がない状態とした後に、間隔 x をゆっくりと広げる。
 - (a) ピストン板と底板が接触していないとき、コンデンサー 1 の電気容量 C_1 を、 ϵ_0, S, x を用いて表せ。
 - (b) コンデンサー 1 に蓄えられている電気量 Q_1 と静電エネルギー U_1 を、 $a \leq x \leq b$ と $b < x < c$ の場合に分けて、 $\epsilon_0, S, a, b, c, V, x$ の中から必要なものを用いて表せ。
 - (c) 間隔 x を $x = a$ から $x = b$ まで変化させる間にピストンを操作するために外から加えた力がした仕事 W を、 $\epsilon_0, S, a, b, c, V$ の中から必要なものを用いて表せ。ただし、間隔 x の変化は十分にゆっくりであり、電池がもつ内部抵抗などによって発生するジュール熱はないものとする。

