

[群馬大]

質量  $M$  [kg] の惑星のまわりを 2 つの人工衛星 A と B が、この惑星の万有引力だけを受けて同じ軌道面上を等速円運動している。どちらの人工衛星にも一定の振動数  $f_0$  [Hz] の電波を放つ発信器が積まれており、電波は光の速さ  $c$  [m/s] で伝わっていく。観測者に対して発信器が近づく（または遠ざかる）とき、電波の振動数には音の場合と同じようにドップラー効果の式が適用できる。また、人工衛星の電波を観測する宇宙船は、人工衛星の軌道面上の遠く離れた位置にあって、惑星に対して静止している。次の問いに答えよ。ただし、万有引力定数を  $G$  [ $\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2$ ] とする。

(1) 人工衛星がこの惑星のまわりを半径  $r$  [m]、周期  $T$  [s] で等速円運動しているとき、関係式

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$$

が成り立つことを示せ。

(2) 事前の実験で、一定の速さ  $v$  [m/s] で近づく発信器（振動数  $f_0$ ）の電波を観測したところ、測定された振動数は  $f$  [Hz] であった。振動数の比  $\frac{f_0}{f}$  を発信器の速さ  $v$  と光の速さ  $c$  で表せ。ただし、発信器から観測者に向かう向きを正とする。

(3) 人工衛星 A の電波を宇宙船で観測したところ、測定された振動数

$f$  は周期的に変化していた。図 1 は、時間を横軸、振動数の比  $\frac{f_0}{f}$  を縦軸（上方ほど値が大きい）として、その様子を表したグラフである。しかし実際には、宇宙船から見て人工衛星が惑星の背後に隠れるときに（図 2）、人工衛星からの電波が一時的に途絶える。これが起きるのは、図 1 のグラフの横軸の a~d のどのときか、理由を示して答えよ。

(4) 次に、人工衛星 B の電波を宇宙船で観測したところ、測定された振動数は、図 1 と同じように周期的に変化していた。しかし、その振動数の比  $\frac{f_0}{f}$  の変化の幅は人工衛星 A の 2 倍であることがわかった。人工衛星 B の円運動の半径、角速度、周期はそれぞれ人工衛星 A の何倍になるかを導け。

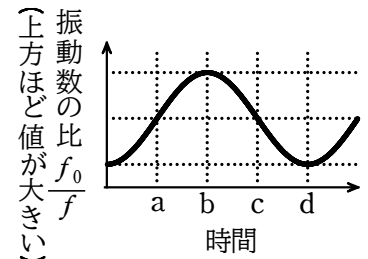


図 1

人工衛星 A

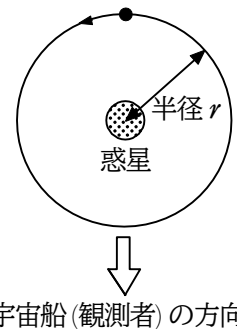


図 2

