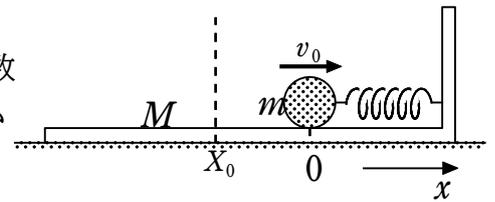


[2016 筑波大]

図のように、水平でなめらかな床の上に質量 M の台が置かれている。質量 m の大きさの無視できる小球を台の右端とばね定数 k のばねで連結し、ばねが自然の長さとなるように台の上に静かに置いた。物体の位置は床に固定された座標で表し、水平方向に x 軸をとり、右向きを正とする。このときの小球の位置は 0 、台



の重心の位置は X_0 であった。時刻 $t=0$ において、小球のみに右向きの速さ v_0 を与えた。時刻 $t>0$ における台および小球の運動は、2 物体の重心の運動と台に対する小球の運動に分解して考えることができる。台および小球はそれぞれ x 軸方向に運動し、台と床、および、台と小球の間には摩擦ははたらかないとする。ばねの質量は無視でき、また、台の上面は十分に広く運動の最中に小球が台から落ちることはないとする。このとき、次の問いに答えよ。(6) を除き、床の上に静止した観測者の立場で考える。

- (1) 小球と台からなる 2 物体が静止しているときの重心の位置を求めよ。
- (2) 時刻 $t>0$ における、小球と台からなる 2 物体の重心の位置を求めよ。
- (3) ばねが最も縮んだときの小球の速さを求めよ。
- (4) (3) のときのばねの縮み量 d_1 を求めよ。
- (5) 時刻 $t>0$ における運動を考える。ばねの長さの自然の長さからの変化量を d (縮んでいるとき： $d>0$ 、伸びているとき： $d<0$ とする)、台の加速度を A として、台の運動方程式を書け。
- (6) (5) の運動を、台とともに動く観測者の立場で考える。
 - (a) この観測者から見た小球の加速度を a として、小球の運動方程式を書け。ただし、(5) の加速度 A をそのまま用いよ。
 - (b) 小球が台に対して単振動を示すことを示せ。また、その角振動数 ω を求めよ。
- (7) 時刻 $t>0$ における台の重心の位置を求めよ。ただし、(4) の d_1 と (6) の ω をそのまま用いてよい。

